

} NP-complete graph problems

Independent Set

Undirected graf $G=(V,E)$. Lad $I \subseteq V$.

I er uafhængig: $i,j \in I: (i,j) \notin E$

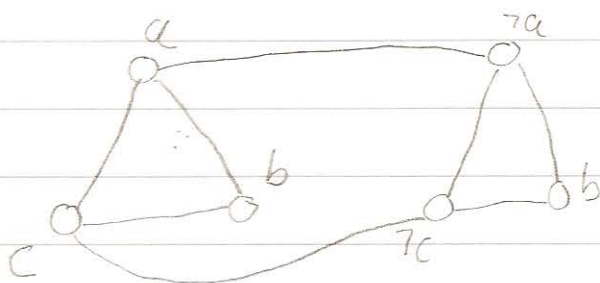
Målsætning $|I|=K$

$IS \in NP$ -complete

• IS is in NP

$3SAT \leq IS$

$$(a \vee b \vee c) \wedge (\neg a \vee b \vee \neg c)$$



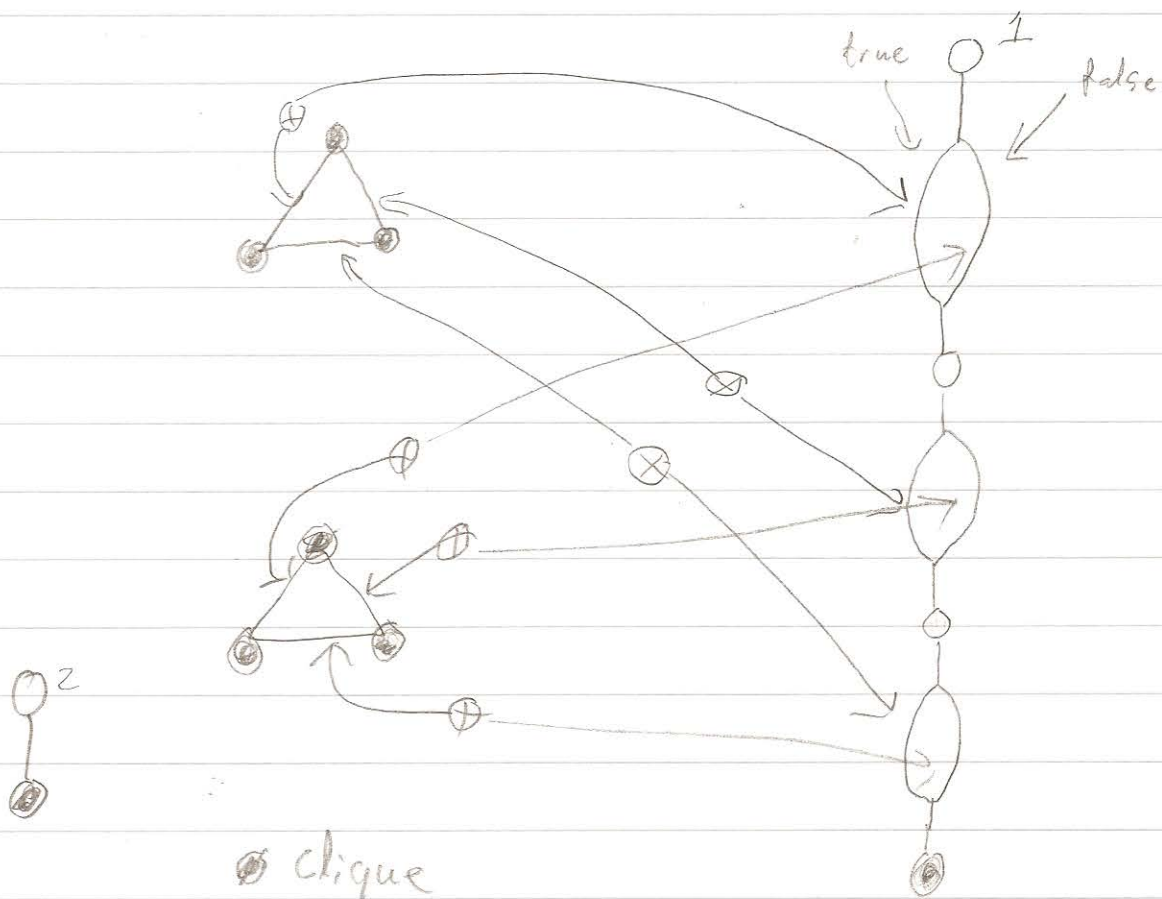
$K = \# \text{clauses}$

IS med K knuder $\Leftrightarrow \emptyset$ kan tildeles sandhedsværdier der gør \emptyset sand

Hvis der er et sådant sæt I så specificerer I en sandhedstildeling. En knude vil være valgt i hver trekant.

Hvis \emptyset kan tildeles en sandhedsværdi, så \emptyset er sand, så vælges blot en sand literal i hver clause og denne vælges til at være i I . \square

$$(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)$$



Hvis $r(\emptyset)$ har en hamilton path, så beskriver den en sandhedstildeling. Disse kan ses både i choices men også i constraint gadget. En trekant's kant benyttes \Leftrightarrow den tilhørende literal er false. En trekant's 3 kanter kan ikke alle benyttes da der så ikke var nogen HP.

Hvis \emptyset har en sandhedstildeling der gør \emptyset sand, da kan vi lave en HP. Start i 1 og lav de choices som sandhedstildelingen beskriver. Resten er en clique og skulle være nem at gennemgå. \square

3-coloring

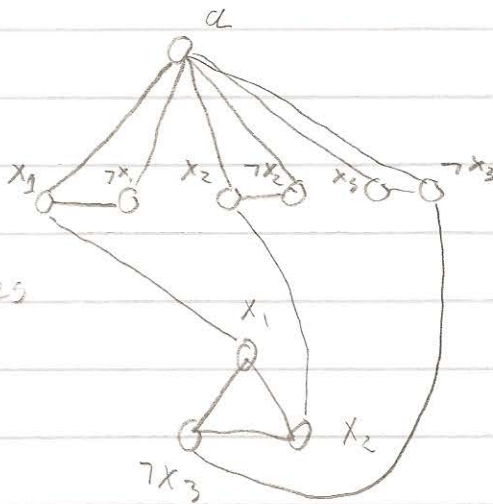
Undirected graf $G=(V,E)$. Er det muligt at farve knuderne med 3 farver så ingen knuder med kanten mellem hinanden har samme farve?

$3C \in NPC$

• $3C \in NP$

$NAESAT \leq 3C$

For hver variable laves trekant $[a, x_i, \neg x_i]$:



For hver clause laves

også en trekant

Kanter imellem

variablerne brugt

i clausen.

Lad a få farven 2, eventuelt ved at omdøbe farverne. Da vil variablen x_i eller $\neg x_i$ være farvet 1 og den anden 0. Hvis alle literalerne i en clause er true eller false kan trekanten ikke farves. Derfor må én af dem være true og én anden false. \square